

Voici une inéquation :  $4x + 5 \leq x - 2$

$x$  est **l'inconnue** de l'inéquation ( la valeur que l'on cherche à déterminer )

**Le membre de gauche** de l'inéquation est  $4x + 5$ . **Le membre de droite** est  $x - 2$

**Résoudre l'inéquation**  $4x + 5 \leq x - 2$ , c'est répondre à la question :

«**Quelles sont toutes les valeurs de  $x$  pour lesquelles on a  $4x + 5 \leq x - 2$  ?** »

## I Modifier une inéquation sans changer ses solutions

**Si on ajoute ou retranche aux deux membres d'une inéquation une même valeur alors on ne modifie pas les solutions de l'inéquation.**

$$4x + 5 \leq 3x + 7$$



On ajoute 5 à chaque membre de l'inéquation.

$$4x + 10 \leq 3x + 12$$

Les solutions de  $4x + 5 \leq 3x + 7$  sont donc identiques à celles de  $4x + 10 \leq 3x + 12$ .

**Si on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par une même valeur strictement POSITIVE alors on ne modifie pas les solutions de l'inéquation.**

$$2x > 8$$



On multiplie par 3 chaque membre de l'inéquation.

$$6x > 24$$

Les solutions de  $2x > 8$  sont donc identiques à celles de  $6x > 24$ .

**Si on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par une même valeur strictement NEGATIVE en changeant le sens de l'inéquation, alors on ne modifie pas les solutions de l'inéquation.**

$$-4x \leq 6$$



On divise par -2 chaque membre de l'inéquation en changeant le sens de l'inéquation.

$$2x \geq -3$$

Les solutions de  $-4x \leq 6$  sont donc identiques à celles de  $2x \geq -3$ .

## II Résoudre une inéquation

**Pour résoudre une inéquation, on cherche à trouver une autre inéquation la plus simple possible qui a les mêmes solutions.**

Remarque : la méthode de résolution des inéquations est semblable à celle de la résolution des équations.

Inéquation à résoudre :  $4x + 5 \leq x - 2$

Inéquation 2 :  $4x \leq x - 7$  (on a retranché 5 à chaque membre)

Inéquation 3 :  $3x \leq -7$  (on a retranché  $x$  à chaque membre)

Inéquation 4 :  $x \leq \frac{-7}{3}$  (on a divisé par un nombre positif chaque membre)

Les inéquations 1, 2, 3, 4 ont exactement les mêmes solutions car on a utilisé des règles autorisées.

L'inéquation 4 permet de les trouver facilement : ce sont tous les nombres inférieurs ou égal à  $\frac{-7}{3}$

Pratiquement on rédigera de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 4x + 5 &\leq x - 2 \\
 4x + 5 - 5 &\leq x - 2 - 5 \\
 4x &\leq x - 7 \\
 4x - x &\leq x - 7 - x \\
 3x &\leq -7 \\
 \frac{3x}{3} &\leq \frac{-7}{3} \\
 x &\leq \frac{-7}{3}
 \end{aligned}$$

On essaiera de mettre les symboles  $\leq$  les uns en dessous des autres pour plus de lisibilité.

On ne change pas le sens de l'inégalité car on divise par 3 qui est positif. Peu importe le signe de -7 !

Les solutions sont donc tous les nombres inférieurs ou égaux à  $\frac{-7}{3}$  N'oubliez pas la phrase de conclusion.

### III Représentation graphique des solutions

Reprenons l'exemple précédent. On peut représenter graphiquement ses solutions. Il suffit pour cela d'utiliser un axe orienté et de colorier les solutions :



Ensuite, il faut indiquer plus clairement que  $-7/3$  est solution. On utilise alors le crochet ] car il est tourné vers les solutions.

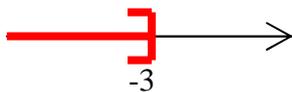


Il est indispensable de rajouter « solutions » au dessus de ce que vous coloriez. Il existe d'autres façons de représenter graphiquement des solutions et le lecteur n'est pas censé deviner la votre.

Autres exemples :

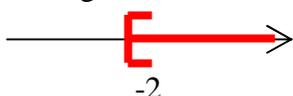
$$\begin{aligned}
 -3x - 4 &\geq 5 \\
 -3x &\geq 9 \\
 x &\leq -3
 \end{aligned}$$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à -3.



$$\begin{aligned}
 -2x - 5 &\leq -1 \\
 -2x &\leq 4 \\
 x &\geq -2
 \end{aligned}$$

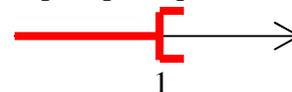
Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -2.



-2 est solution donc le crochet est tourné vers les solutions

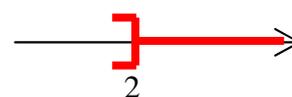
$$\begin{aligned}
 2x + 3 &> 6x - 1 \\
 3 &> 4x - 1 \\
 4 &> 4x \\
 1 &> x
 \end{aligned}$$

Les solutions sont tous les nombres strictement plus petit que 1.



$$\begin{aligned}
 2x + 1 &> 5 \\
 2x &> 4 \\
 x &> 2
 \end{aligned}$$

Les solutions sont tous les nombres strictement plus grand que 2.



2 n'est pas solution donc le crochet n'est pas tourné vers les solutions