

EMPRUNT INDIVIS

I. Construire un tableau d'amortissement à versement constant :

- **Exemple :** On emprunte 2400 € que l'on rembourse aux conditions suivantes
 - durée : 2 ans
 - remboursement : en 8 versements constants en fin de trimestre
 - taux annuel : 8 %

Construire les deux premières lignes et la dernière ligne du tableau d'amortissement en utilisant un taux trimestriel proportionnel.

- **Méthode :** on sait qu'on obtient la trimestrialité à partir de la formule

$$a = V_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \quad \text{avec :}$$

a : versement constant en fin de période
 n : nombre de versements

i : taux périodique
 V_0 : capital emprunté

Chaque versement a est la somme de deux éléments :

$$\left. \begin{array}{l} \text{'amortissement } M \text{ du capital emprunté} \\ \text{– l'intérêt } I \text{ calculé sur le capital restant dû } D : I = D \times i \end{array} \right\} \Rightarrow a = I + M$$

Les amortissements M_i forment une suite géométrique de raison $q = 1 + i$

- **Solution :** $V_0 = 2400$; $i = \frac{0,08}{4} = 0,02$; $n = 8$;

Trimestrialité : $a = 2400 \times \frac{0,02}{1 - 1,02^{-8}} \approx 327,62 \text{ €}$

Intérêt du 1^{er} trimestre : $I_1 = 2400 \times 0,02 = 48 \text{ €}$

Amortissement du 1^{er} trimestre : $M_1 = a - I_1 \Rightarrow M_1 = 327,62 - 48 = 279,62 \text{ €}$

D'où le capital restant dû en début de 2^{ème} trimestre :

$$D_2 = V_0 - M_1 \Rightarrow D_2 = 2400 - 279,62 = 2120,38 \text{ €}$$

Intérêt du 2^{ème} trimestre : $I_2 = 2120,38 \times 0,02 = 42,41 \text{ €}$.

Amortissement du 2^{ème} trimestre : $M_2 = a - I_2 \Rightarrow M_2 = 327,62 - 42,41 = 285,21 \text{ €}$

Capital restant dû en début de 3^{ème} trimestre :

$$D_3 = D_2 - M_2 \Rightarrow D_3 = 2120,38 - 285,21 = 1835,17 \text{ €}$$

On sait que les amortissements M_i forment une suite géométrique de raison 1,02.

D'où : $M_8 = M_1 \times 1,02^7 \Rightarrow M_8 = 279,62 \times 1,02^7 \approx 321,20 \text{ €}$

Donc : $I_8 = a - M_8 \Rightarrow I_8 = 327,62 - 321,20 = 6,42 \text{ €}$

Et : $D_8 = I_8 / 0,02 \Rightarrow D_8 = 6,42 / 0,02 = 321,20 \text{ €}$

Finalement, on a le tableau suivant :

	Capital D_i	Intérêts I_i	Amortissement M_i	Trimestrialité a	Restant dû D_{i+1}
1	2400,00	48,00	279,62	327,62	2120,38
2	2120,38	42,41	285,21	327,62	1835,17
3	1835,17	36,70	290,92	327,62	1544,25
4	1544,25	30,89	296,73	327,62	1247,52
5	1247,52	24,95	302,67	327,62	944,85
6	944,85	18,90	308,72	327,62	636,13
7	636,13	12,72	314,90	327,62	321,23
8	321,23	6,42	321,20	327,63	0,00

II. Construire un tableau d'amortissement à amortissement constant :

- **Exemple :** On emprunte 3 200 € que l'on rembourse aux conditions suivantes
 - durée : 4 ans
 - remboursement : en 4 versements en fin d'année, les amortissements sont constants
 - taux annuel : 10 %

Construire le tableau d'amortissement et vérifier que chacune des colonnes D , I et a forment une suite arithmétique.

- **Méthode :** on obtient facilement la valeur de l'amortissement

$$M_1 = M_2 = \dots = M_4 = \frac{\text{Capital emprunté}}{\text{nombre de versements}}$$

Comme ci-dessus on a : $I_i = D_i \times i$ et $a_i = I_i + M_i$

- **Solution :** $M_1 = M_2 = \dots = M_4 = \frac{3200}{4} = 800 \text{ €}$

Intérêt de la 1^{ère} année : $I_1 = 3200 \times 0,10 = 320 \text{ €}$

Versement de la 1^{ère} année : $a_1 = I_1 + M_1 \Rightarrow a_1 = 320 + 800 = 1120 \text{ €}$

D'où le capital restant dû en début de 2^{ème} année :

$$D_2 = D_1 - M_1 \Rightarrow D_2 = 3200 - 800 = 2400 \text{ €}$$

On construit ainsi aisément le tableau ligne par ligne :

	Capital D_i	Intérêts I_i	Amortissement M_i	Annualité a	Restant dû D_{i+1}
1	3200,00	320,00	800,00	1120,00	2400,00
2	2400,00	240,00	800,00	1040,00	1600,00
3	1600,00	160,00	800,00	960,00	800,00
4	800,00	80,00	800,00	880,00	0,00

On a les 3 suites arithmétiques suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} D_1 = 3200 \\ D_2 = 3200 - 800 = 2400 \\ D_3 = 2400 - 800 = 1600 \\ D_4 = 1600 - 800 = 800 \end{array} \right\} r = -800$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = 320 \\ I_2 = 320 - 80 = 240 \\ I_3 = 240 - 80 = 160 \\ I_4 = 160 - 80 = 80 \end{array} \right\} r = -80$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 1120 \\ a_2 = 1120 - 80 = 1040 \\ a_3 = 1040 - 80 = 960 \\ a_4 = 960 - 80 = 880 \end{array} \right\} r = -80$$